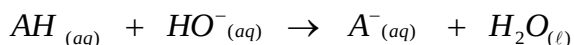


- Chimie -Partie1 : Etude d'une solution aqueuse d'acide carboxylique :1 - Détermination du pK_A du couple AH/A^- et de la formule chimique de AH :1.1 - Equation chimique de la réaction du dosage :1.2- Expression du volume V_B :

Le tableau d'avancement de cette réaction :

Equation de la réaction		$AH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow A^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$			
Etat du système	Avancement $x(\text{mol})$	Quantités de matière (mol)			
E.initial	0	$C_A \cdot V_A$	$C_B \cdot V_B$	0	En excès
E. intermédiaire	x_f	$C_A \cdot V_A - x_f$	$C_B \cdot V_B - x_f$	x_f	En excès
E. d'équivalence	x_E	$C_A \cdot V_A - x_E$	$C_B \cdot V_{BE} - x_E$	x_E	En excès

* A l'état intermédiaire, l'ion hydroxyde est le réactif limitant ; alors :

$$n_f(HO^-) = C_B \cdot V_B - x_f = 0 \Rightarrow x_f = C_B \cdot V_B$$

Et à l'équivalence, les deux réactifs sont limitant :

$$n_E(AH) = C_A \cdot V_A - x_E = 0 \quad \text{et} \quad n_E(HO^-) = C_B \cdot V_{BE} - x_E = 0 \Rightarrow x_E = C_A \cdot V_A = C_B \cdot V_{BE}$$

* On sait que :

$$\begin{aligned} pH &= pK_A + \log\left(\frac{[A^-]}{[AH]}\right) \\ \Rightarrow \log\left(\frac{[A^-]}{[AH]}\right) &= pH - pK_A \\ \Rightarrow \frac{[A^-]}{[AH]} &= 10^{pH - pK_A} \quad (1) \end{aligned}$$

Et que :

$$\frac{[A^-]}{[AH]} = \frac{\frac{x_f}{V_A + V_B}}{\frac{C_A \cdot V_A - x_f}{V_A + V_B}} = \frac{x_f}{C_A \cdot V_A - x_f} = \frac{C_B \cdot V_B}{C_B \cdot V_{BE} - C_B \cdot V_B} = \frac{V_B}{V_{BE} - V_B} \quad (2)$$

Les deux relations (1) et (2) permettent d'écrire :

$$\frac{V_B}{V_{BE} - V_B} = 10^{pH - pK_A}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow V_B &= 10^{pH - pK_A} \cdot (V_{BE} - V_B) \\ \Rightarrow V_B (1 + 10^{pH - pK_A}) &= 10^{pH - pK_A} \cdot V_{BE} \\ \Rightarrow V_B &= \frac{10^{pH - pK_A} \cdot V_{BE}}{1 + 10^{pH - pK_A}} \end{aligned}$$

1.3- * La relation entre V_B et V_{BE} :

De la relation précédente, si on a : $pH = pK_A$

$$\Rightarrow V_B = \frac{10^0 \cdot V_{BE}}{1 + 10^0} \Rightarrow V_B = \frac{V_{BE}}{2}$$

* Déduction graphique du pK_A :

Le volume versé à l'équivalence est :

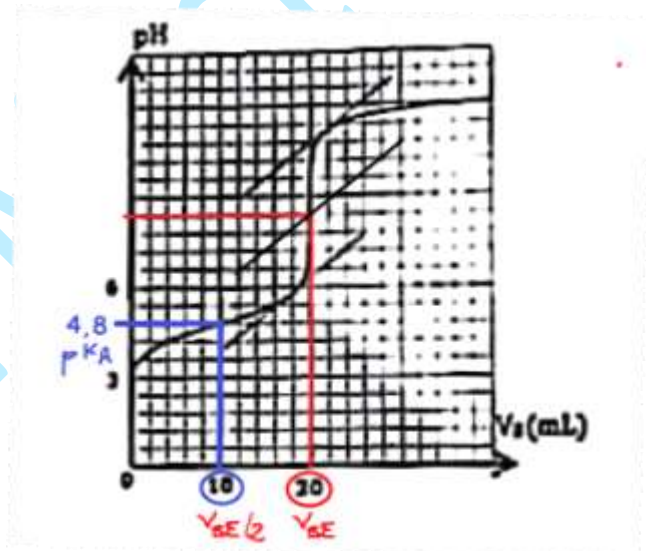
$$V_B = 20 \text{ mL}$$

Le volume versé lorsque $pH = pK_A$ est :

$$V_B = \frac{V_{BE}}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ mL}$$

Et par projection sur l'axe des pH, on obtient :

$$pK_A(AH / A^-) \approx 4,8$$



1.4- Détermination de la concentration C_A :

A l'équivalence e, on a établi la relation : $C_A \cdot V_A = C_B \cdot V_{BE}$

En en déduit : $C_A = C_B \cdot \frac{V_{BE}}{V_A}$

A.N : $C_A = 3,4 \cdot 10^{-2} \times \frac{20}{20} = 3,4 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$

1.5- * La valeur de n dans $C_n H_{2n+1} COOH$:

Dans le volume $V = 500 \text{ mL}$ de la solution d'acide carboxylique, d'une part on a :

$$n(C_n H_{2n+1} COOH) = C_A \cdot V$$

D'autre part, on aussi : $n(C_n H_{2n+1} COOH) = \frac{m}{M(C_n H_{2n+1} COOH)} = \frac{m}{12 \times (n+1) + 1 \times (2n+2) + 16 \times 2}$

$$\Rightarrow n(C_nH_{2n+1}COOH) = \frac{m}{14n+46}$$

Les deux résultats conduisent à : $\frac{m}{14n+46} = C_A \cdot V$

$$\Rightarrow 14n+46 = \frac{m}{C_A \cdot V}$$

$$\Rightarrow n = \frac{1}{14} \cdot \left(\frac{m}{C_A \cdot V} - 46 \right)$$

A.N : $n = \frac{1}{14} \cdot \left(\frac{1,5}{3,4 \cdot 10^{-2} \times 0,5} - 46 \right) \approx 3$

*** La formule chimique de l'acide $C_nH_{2n+1}COOH$:**

Pour $n = 3$, on obtient : C_3H_7COOH

2- Etude de la réaction de l'acide AH avec les ions $HCOO^-$:

2.1 - Expression de la conductivité σ du mélange à l'instant t :

Le tableau d'avancement de cette réaction :

Equation de la réaction		$AH_{(aq)} + HCOO^-_{(aq)} \rightarrow A^-_{(aq)} + HCOOH_{(aq)}$			
Etat du système	Avancement $x(\text{mol})$	Quantités de matière (mol)			
E.initial	0	$C \cdot V_1$	$C \cdot V_1$	0	0
E. intermédiaire	x	$C \cdot V_1 - x$	$C \cdot V_1 - x$	x	x
E. d'équilibre	x_{eq}	$C \cdot V_1 - x_{eq}$	$C \cdot V_1 - x_{eq}$	x_{eq}	x_{eq}

Les ions du mélange qui contribuent à la conductivité sont : $Na^+_{(aq)}$; $A^-_{(aq)}$ et $HCOO^-_{(aq)}$

La conductivité va s'écrire : $\sigma = \lambda_{Na^+} \cdot [Na^+] + \lambda_{A^-} \cdot [A^-] + \lambda_{HCOO^-} \cdot [HCOO^-]$) :

Les concentrations molaires de ces ions sont :

$$[Na^+] = \frac{C \cdot V_1}{V_1 + V_1} = \frac{C}{2}; [A^-] = \frac{x}{V_1 + V_1} = \frac{x}{2 \cdot V_1} \quad \text{et} \quad [HCOO^-] = \frac{C \cdot V_1 - x}{2 \cdot V_1} = \frac{C}{2} - \frac{x}{2 \cdot V_1}$$

On aura alors : $\sigma = \lambda_{Na^+} \cdot \frac{C}{2} + \lambda_{A^-} \cdot \frac{x}{2 \cdot V_1} + \lambda_{HCOO^-} \cdot \left(\frac{C}{2} - \frac{x}{2 \cdot V_1} \right)$

Ou bien :
$$\sigma = (\lambda_{Na^+} + \lambda_{HCOO^-}) \frac{C}{2} + \frac{\lambda_{A^-} - \lambda_{HCOO^-}}{2.V_1} \cdot x$$

A.N :
$$\underset{mS.m^{-1}}{\sigma} = (5,01 + 5,46) \cdot \frac{10^{-2} \times 10^3}{2} + \frac{3,58 - 5,46}{2 \times 50.10^{-3} \times 10^{-3}} \cdot \underset{mol}{x} = \frac{52,35 - 1,88.10^4 \cdot x}{}$$

2.2.1 - Valeur de la constante d'équilibre K de cette réaction :

La constante d'équilibre a pour expression :
$$K = \frac{[A^-] \cdot [HCOOH]}{[AH] \cdot [HCOO^-]}$$

$$\Rightarrow K = \frac{\frac{x_{eq}}{2.V_1} \cdot \frac{x_{eq}}{2.V_1}}{\frac{C.V_1 - x_{eq}}{2.V_1} \cdot \frac{C.V_1 - x_{eq}}{2.V_1}}$$

$$\Rightarrow K = \left(\frac{x_{eq}}{C.V_1 - x_{eq}} \right)^2$$

A l'équilibre on peut écrire que :
$$\sigma_{eq} = 52,35 - 1,88.10^4 \cdot x_{eq} \Rightarrow x_{eq} = \frac{52,35 - \sigma_{eq}}{1,88.10^4}$$

A.N :
$$x_{eq} = \frac{52,35 - 50,092}{1,88.10^4} = 1,2.10^{-4} mol$$

$$K = \left(\frac{1,2.10^{-4}}{10^{-2} \times 50.10^{-3} - 1,2.10^{-4}} \right)^2 \approx 0,1$$

2.2.2 - Déduction de la valeur de pK'_A du couple $HCOOH/HCOO^-$:

On a la relation suivante :
$$K = \frac{10^{-pK_A}}{10^{-pK'_A}}$$

$$\Rightarrow 10^{pK'_A} = K \cdot 10^{pK_A}$$

$$\Rightarrow pK'_A = pK_A + \log(K)$$

A.N :
$$pK'_A = 4,8 + \log(0,1) = 3,8$$

Partie2 : Etude d'une pile nickel-cobalt :

1 - La proposition juste :

D'après le graphe de la fonction $Q_r(t)$, on trouve :

à $t = 0$: $Q_r(0) = 0,05$ et à l'équilibre $K = Q_{r,eq} = 0,01$

On constate que : $Q_r(0) = 0,05 > Q_{r,eq} = K = 0,01$

Donc le système chimique va évoluer dans le sens (2), où la lame du cobalt $Co_{(s)}$ (c'est l'anode) entre en jeu et par suite elle se transforme en ion $Co^{2+}_{(aq)}$: $Co_{(s)} \rightarrow Co^{2+}_{(aq)} + 2.e^-$

La réponse juste est la proposition : d-

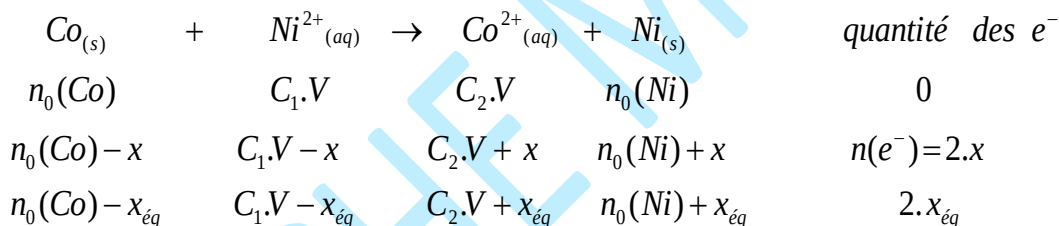
2- Détermination de la concentration molaire C_2 :

On a la relation du quotient de cette réaction : $Q_r(0) = \frac{[Ni^{2+}]_i}{[Co^{2+}]_i} = \frac{C_1}{C_2}$ et $Q_r(0) = 0,05$

On en déduit que : $C_2 = \frac{C_1}{Q_r(0)}$

A.N : $C_2 = \frac{10^{-2}}{0,05} = 0,2 \text{ mol.L}^{-1}$

3- Expression de l'intensité I du courant :



La quantité d'électricité Q transportée par les porteurs de charges au cours de la durée

$\Delta t = t_{eq} - t_0 = t_{eq}$, puisque $t_0 = 0$: $Q = I . \Delta t = I . t_{eq}$

Mais cette quantité peut s'écrire : $Q = n(e^-) . F = 2 . x_{eq} . F$

Alors : $I . t_{eq} = 2 . x_{eq} . F \Rightarrow I = \frac{2 . x_{eq} . F}{t_{eq}} \quad (1)$

Mais à l'équilibre chimique, on écrira que : $K = Q_{r,eq} = \frac{[Ni^{2+}]}{[Co^{2+}]} = \frac{C_1 . V - x_{eq}}{C_2 . V + x_{eq}}$

$\Rightarrow K . (C_2 . V + x_{eq}) = C_1 . V - x_{eq}$

$\Rightarrow x_{eq} = \frac{(C_1 - K . C_2)}{K + 1} . V \quad (2)$

Les deux relations (1) et (2) conduisent au résultat : $I = \frac{2 . F . V . (C_1 - K . C_2)}{(K + 1) . t_{eq}}$

$$A.N : I = \frac{2 \times 9,65 \cdot 10^4 \times 0,1 \times (10^{-2} - 0,01 \times 0,2)}{(0,01+1) \times 1500} = \underline{0,1 A}$$

4- Calcul de la variation de la masse du cobalt entre $t=0$ et t_{eq} :

On écrira que : $\Delta m = \Delta n(\text{Co}) \times M(\text{Co}) = [(n_0(\text{Co}) - x_{eq}) - n_0(\text{Co})] \times M(\text{Co})$

$$\Rightarrow \Delta m = -x_{eq} \times M(\text{Co})$$

$$\Rightarrow \Delta m = -\frac{(C_1 - K \cdot C_2) \cdot V}{K+1} \cdot M(\text{Co})$$

$$A.N : \Delta m = -\frac{(10^{-2} - 0,01 \times 0,2) \times 0,1}{0,01+1} \times 58,9 = \underline{-0,0467 \text{ g} = -46,7 \text{ mg}}$$

-Physique-

Ex : Ondes - Transformations nucléaires

Partie 1 - Etude de la diffraction de la lumière :

1- L'expression du diamètre $L = \frac{2\alpha \cdot \lambda \cdot D}{d}$:

En se servant de la figure1 ; on pourra écrire :

$$\tan(\theta) = \frac{L/2}{D} = \frac{L}{2 \cdot D}$$

Mais comme l'angle θ est petit ; alors :

$$\theta \approx \tan(\theta) \Rightarrow \theta = \frac{L}{2 \cdot D} \quad (1)$$

$$\text{Et on a aussi : } \theta = \frac{\alpha \cdot \lambda}{d} \quad (2)$$

Les deux relations (1) et (2) permettent d'écrire :

$$\frac{L}{2 \cdot D} = \frac{\alpha \cdot \lambda}{d} \Rightarrow \underline{L = \frac{2\alpha \cdot \lambda \cdot D}{d}}$$

2- La valeur de la constante α :

* La fonction $L = f\left(\frac{1}{d}\right)$ est linéaire dont l'équation de la droite est de la forme :

$$L = K \cdot \frac{1}{d} \quad K : \text{étant le coefficient directeur de la droite}$$

* D'après le résultat de la question précédente : $L = 2\alpha \cdot \lambda \cdot D \cdot \frac{1}{d}$

Des deux relations, on aura : $2\alpha \cdot \lambda \cdot D = K$

Alors on déduit la relation : $\alpha = \frac{K}{2\lambda \cdot D}$

$$\text{A.N : } \alpha = \frac{10,98 \cdot 10^{-3} - 5,49 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^3} = \underline{1,22}$$

$$2 \times 750 \cdot 10^{-9} \times 1,5$$

3-1 Le diamètre d' :

Le diaphragme est remplacé par une plaque opaque percée d'un trou de diamètre d'.

De la relation établie précédemment $L' = \frac{2\alpha \cdot \lambda \cdot D}{d'}$, on peut écrire : $d' = \frac{2\alpha \cdot \lambda \cdot D}{L'}$

$$\text{A.N : } d' = \frac{2 \times 1,22 \times 750 \cdot 10^{-9} \times 1,5}{1,5 \cdot 10^{-2}} \approx \underline{1,83 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 183 \mu\text{m}}$$

3.2.1- La longueur d'onde qui correspond au rouge :

Parmi λ_1 et λ_2 , la longueur d'onde qui correspond à la radiation rouge est : $\lambda_2 = 0,8 \mu\text{m} = 800 \text{ nm}$

3.2.2- Le diamètre L_B de la partie centrale :

La tache centrale irisée est constituée d'une partie centrale blanche de diamètre L_B .

Cette tache correspond à la longueur d'onde du violet $\lambda_1 = 0,4 \mu\text{m} = 400 \text{ nm}$, alors on peut écrire :

$$L_B = \frac{2\alpha \cdot \lambda_1 \cdot D}{d'} \quad \text{Avec : } d' = \frac{2\alpha \cdot \lambda \cdot D}{L'}$$

$$\text{On obtient : } L_B = \frac{2\alpha \cdot \lambda_1 \cdot D}{\frac{2\alpha \cdot \lambda \cdot D}{L'}} \Rightarrow L_B = \frac{\lambda_1}{\lambda} \cdot L'$$

$$\text{A.N : } L_B = \frac{400}{750} \times 1,5 = \underline{0,8 \text{ cm}}$$

Partie 2- La radioactivité du polonium :

1- L'affirmation juste :

d) L'énergie de liaison par nucléon de plomb 206 est plus grande que celle du polonium 210.

2.1 - Calcul de l'énergie de liaison par nucléon du noyau $^{210}_{84}\text{Po}$:

Par définition : $\mathcal{E}(^{210}_{84}\text{Po}) = \frac{E_\ell(^{210}_{84}\text{Po})}{210}$

$$\Rightarrow \mathcal{E}(^{210}_{84}\text{Po}) = \frac{(211,7030 - 209,9347) \cdot u \cdot c^2}{210}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}(^{210}_{84}\text{Po}) = \frac{(211,7030 - 209,9347) \times 931,5}{210} \text{ MeV / nucléon}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}(^{210}_{84}\text{Po}) = 7,84 \text{ MeV / nucléon}$$

2.2- Energie libérée $|\Delta E|$:

Soit N le nombre de noyaux du polonium 210 dans la masse $m = 1 \text{ mg}$:

On a : $N = n(^{210}_{84}\text{Po}) \cdot N_A \Rightarrow N = \frac{m}{M(^{210}_{84}\text{Po})} \cdot N_A$

L'énergie libérée sera alors :

$$\begin{aligned} E_{\text{libérée}} &= |\Delta E| \\ &= N \cdot |m(^{210}_{82}\text{Pb}) + m(\alpha) - m(^{210}_{84}\text{Po})| \cdot c^2 \\ &= \frac{10^{-3}}{210} \times 6,02 \cdot 10^{23} \times |209,9315 - 209,9347| \times \underbrace{u \cdot c^2}_{= 931,5 \text{ MeV}} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow E_{\text{libérée}} = 8,54 \cdot 10^{18} \text{ MeV}$$

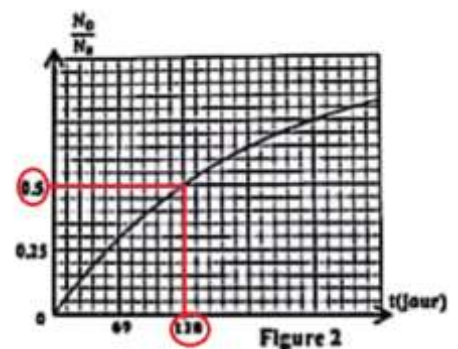
3.1 - La demi-vie $t_{1/2}$ du polonium 210 :

Par définition on a : $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$ avec $N_D(t) = N_0 - N(t)$

Alors : $N_D(t_{1/2}) = N_0 - N(t_{1/2}) = N_0 - \frac{N_0}{2} = \frac{N_0}{2} \Rightarrow \frac{N_D(t_{1/2})}{N_0} = 0,5$

Et graphiquement on obtient :

$$t_{1/2} = 138 \text{ jour}$$

**3.2- La valeur de t_1 en jour :**

D'après l'énoncé on a : $\frac{N_D}{N} = 3$

On aussi : $N = N_0 - N_D$

Alors, on peut écrire : $\frac{N_D}{N_0 - N_D} = 3$

$$\Rightarrow \frac{1}{\frac{N_0}{N_D} - 1} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{N_0}{N_D} - 1 = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{N_0}{N_D} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{N_D}{N_0} = \frac{3}{4} = 0,75$$

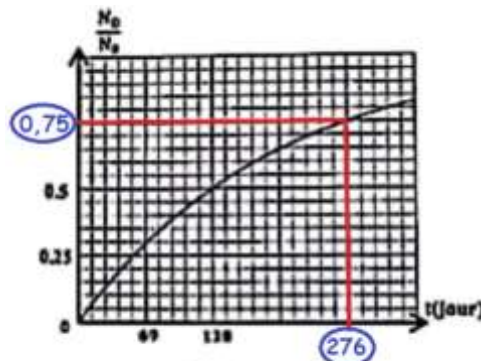


Figure 2

Et graphiquement on obtient : $t_1 = 276$ jour

Ex : ELECTRICITE

Partie1 - Etude du dipôle RC :

1.1- Expression de la tension u_1 :

La relation entre la tension et la charge est :

* Pour le condensateur de capacité C_1 : $q = C_1 \cdot u_1$

* Pour le condensateur de capacité C_2 : $q = C_2 \cdot u_2$

La même charge traverse chaque condensateur, donc :

$$C_1 \cdot u_1 = C_2 \cdot u_2 \Rightarrow u_1 = \frac{C_2}{C_1} \cdot u_2$$

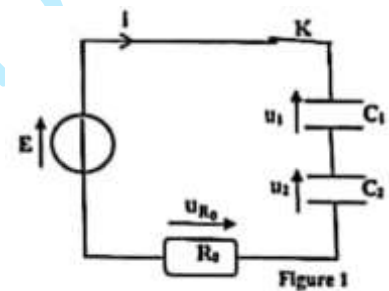


Figure 1

1.2- Equation différentielle vérifiée $u_2(t)$:

- La loi d'additivité des tensions : $u_{R0} + u_1 + u_2 = E$

- La loi d'Ohm : $u_{R0} = R_0 \cdot i = R_0 \cdot \frac{dq}{dt} = R_0 \cdot \frac{d(C_2 \cdot u_2)}{dt} = R_0 C_2 \cdot \frac{du_2}{dt}$

Alors la première relation deviendra : $R_0 C_2 \cdot \frac{du_2}{dt} + \frac{C_2}{C_1} \cdot u_2 + u_2 = E$

Elle peut s'écrire : $R_0 C_2 \cdot \frac{du_2}{dt} + \frac{C_1 + C_2}{C_1} \cdot u_2 = E$

Finalement on obtient : $\frac{R_0 C_1 C_2}{C_1 + C_2} \cdot \frac{du_2}{dt} + u_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot E$

1.3- Expression de A et de α :

La solution de l'équation précédente est : $u_2 = A \cdot (1 - e^{-\alpha \cdot t})$

Et sa dérivée sera : $\frac{du_2}{dt} = \frac{d}{dt} (A(1 - e^{-\alpha.t})) = A\alpha.e^{-\alpha.t}$

On remplace dans l'équation différentielle : $\frac{R_0 C_1 C_2}{C_1 + C_2} \cdot \frac{du_2}{dt} + u_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot E$

$$\Rightarrow \frac{R_0 C_1 C_2}{C_1 + C_2} \cdot A\alpha.e^{-\alpha.t} + A(1 - e^{-\alpha.t}) = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot E$$

$$\Rightarrow \left(\underbrace{\frac{R_0 C_1 C_2}{C_1 + C_2} \cdot \alpha - 1}_{=0} \right) \cdot A e^{-\alpha.t} + \left(\underbrace{A - \frac{C_1 E}{C_1 + C_2}}_{=0} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{R_0 C_1 C_2}{C_1 + C_2} \cdot \alpha - 1 = 0 \text{ et } A - \frac{C_1 E}{C_1 + C_2} = 0$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{C_1 + C_2}{R_0 C_1 C_2} \text{ et } A = \frac{C_1 E}{C_1 + C_2}$$

2.1 - La courbe correspondante à $u_2(t)$:

On a établi que : $u_1 = \frac{C_2}{C_1} \cdot u_2$ et comme $C_2 > C_1 \Rightarrow u_1 > u_2$

Les tensions u_1 et u_2 sont deux fonctions croissantes en t .

Alors la courbe qui représente les variations de la tension u_2 c'est la courbe (2)

2.2- Valeur de C_2 et de R_0 :

* Valeur de C_2 :

A l'instant $t = 0$, les deux condensateurs sont initialement déchargés : $u_1(0) = u_2(0) = 0$,

et on a aussi : $u_{R_0}(0) + u_1(0) + u_2(0) = E \Rightarrow E = u_{R_0}(0) = 12V$ [Courbe (3)]

Au régime permanent $u_2(t \rightarrow \infty) = Cte$ et $\frac{du_2}{dt}(t \rightarrow \infty) = 0$, l'équation différentielle devient :

$$u_2(t \rightarrow \infty) = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot E \Rightarrow C_2 = C_1 \cdot \frac{[E - u_2(t \rightarrow \infty)]}{u_2(t \rightarrow \infty)}$$

Et graphiquement (courbe(2)), on trouve : $u_2(t \rightarrow \infty) = 4V$

A.N : $C_2 = 5 \times \frac{(12 - 4)}{4} = 10 \mu F$

* Valeur de R_0 :

On a la relation : $u_{R_0} = E - (u_1 + u_2)$

$$\Rightarrow u_{R0} = E - \frac{C_1 + C_2}{C_1} \cdot u_2$$

$$\Rightarrow u_{R0} = E - \frac{C_1 + C_2}{C_1} \cdot A \cdot (1 - e^{-\alpha \cdot t})$$

$$\Rightarrow u_{R0} = E - E \cdot (1 - e^{-\alpha \cdot t}) \quad \text{puisque } A = \frac{C_1 E}{C_1 + C_2}$$

$$\Rightarrow u_{R0} = E \cdot e^{-\alpha \cdot t}$$

$$\Rightarrow \frac{du_{R0}}{dt} = -\alpha \cdot E \cdot e^{-\alpha \cdot t} \quad \text{avec } \alpha = \frac{C_1 + C_2}{R_0 C_1 C_2}$$

$$\text{A l'instant } t = 0, \quad \frac{\Delta u_{R0}}{\Delta t} = \left(\frac{du_{R0}}{dt} \right)_{t=0} = -\alpha \cdot E = -\frac{C_1 + C_2}{R_0 C_1 C_2} \cdot E$$

$$\text{On en déduit que : } R_0 = - \frac{E \cdot (C_1 + C_2)}{C_1 C_2 \cdot \frac{\Delta u_{R0}}{\Delta t}}$$

$$\text{A.N : } R_0 = - \frac{12 \times (5 + 10) \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-6} \times 10 \cdot 10^{-6} \times \frac{12 - 0}{0 - 0,4 \cdot 10^{-3}}} = 120 \Omega$$

2.3- Energie électrique totale E_e au régime permanent :

Au régime permanent on a les tensions : $u_2(t \rightarrow \infty) = 4V$ et $u_1(t \rightarrow \infty) = 8V$

$$\text{Et on sait aussi que : } E_t = \frac{1}{2} C_1 \cdot u_1(t \rightarrow \infty)^2 + \frac{1}{2} C_2 \cdot u_2(t \rightarrow \infty)^2$$

$$\text{A.N : } E_t = \frac{1}{2} \times 5 \cdot 10^{-6} \times 8^2 + \frac{1}{2} \times 10 \cdot 10^{-6} \times 4^2 = \underline{2,4 \cdot 10^{-4} J}$$

Partie2- Etude des oscillations forcées dans un circuit RLC série

1- Valeur du déphasage φ et de l'impédance Z :

* Déphasage φ :

$$\text{On sait que : } |\varphi| = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\tau}{T} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1,25/2}{4 \times 1,25} = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

Et comme la tension $u(t)$ est en **avance de phase** sur l'intensité électrique $i(t)$; alors :

$$\varphi > 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

* Impédance Z :

Les tensions maximales de $u(t)$ et $u_R(t)$ s'écrivent :

$$U_m = Z \cdot I_m \text{ et } U_{Rm} = R \cdot I_m \text{ avec } U_m = 6V \text{ et } U_{Rm} = 3V \text{ (figure 4)}$$

$$\text{Alors : } \frac{U_m}{U_{Rm}} = \frac{Z \cdot I_m}{R \cdot I_m} \Rightarrow Z = R \cdot \frac{U_m}{U_{Rm}}$$

$$\text{A.N : } Z = 20 \times \frac{6}{3} \approx 40 \Omega$$

2- Puissance électrique moyenne P et resistance r :

* La puissance moyenne P :

$$\text{Par définition, on a l'expression : } P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) \text{ ou } P = \frac{U^2}{Z} \cdot \cos(\varphi) \text{ avec } U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow P = \frac{U_m^2}{2 \cdot Z} \cdot \cos(\varphi)$$

$$\text{A.N : } P = \frac{6^2}{2 \times 40} \times \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \approx 0,318W$$

* La résistance r de la bobine :

$$\text{On applique la relation suivante : } \cos(\varphi) = \frac{r + R}{Z} \Rightarrow r = Z \cdot \cos(\varphi) - R$$

$$\text{A.N : } r = 40 \times \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - 20 \approx 8,28\Omega$$

3.1 - Valeur de la capacité C :

$$\text{Les deux condensateurs sont en série, leur capacité équivalente est : } C_e = \frac{C_0 \cdot C_2}{C_0 + C}$$

$$\Rightarrow C_e \cdot (C_0 + C) = C_0 \cdot C \Rightarrow C = \frac{C_0 \cdot C_e}{C_0 - C_e} \quad (1)$$

$$\text{A la résonance on a la relation : } L \cdot C_e \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 1 \Rightarrow C_e = \frac{T^2}{4\pi^2 L} \quad (2)$$

$$\text{Les deux relations conduisent au résultat : } C = \frac{C_0}{\frac{C_0}{C_e} - 1} \Rightarrow C = \frac{C_0}{\frac{4\pi^2 L C_0}{T^2} - 1}$$

$$\text{A.N : } C = \frac{10 \cdot 10^{-6}}{\frac{4 \times 10 \times 86 \cdot 10^{-3} \times 10 \cdot 10^{-6}}{(5 \cdot 10^{-3})^2} - 1} \approx 2,66 \cdot 10^{-5} F = 26,6 \mu F$$

3.1 - Calcul de l'intensité efficace I_0 du courant :

A la résonance électrique on écrit : $U = (r + R).I_0$ avec $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow I_0 = \frac{U_m}{(r + R).\sqrt{2}}$$

A.N : $I_0 = \frac{6}{(8,28 + 20).\sqrt{2}} \approx 0,15 \text{ A}$

Ex : MECANIQUE**Partie1 - Mouvement d'un système mécanique****1.1 - * Nature du mouvement de la poulie (P) :**

La courbe de la figure 2 montre que la vitesse angulaire de la poulie (P) est une fonction affine du temps $\dot{\theta}(t) = \ddot{\theta}.t + \dot{\theta}_0$ avec $\ddot{\theta}$ le coefficient directeur de la droite, ce qui prouve que le mouvement de la poulie est de un mouvement de **rotation uniformément varié**.

*** Accélération angulaire :**

D'après la courbe de la figure 2 : $\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt} = \frac{\Delta\dot{\theta}}{\Delta t}$ ($\dot{\theta}$ est une fonction affine)

A.N : $\ddot{\theta} = \frac{26 - 10}{0,4 - 0} = 40 \text{ rad.s}^{-2}$

1.2- Valeurs des accélérations a_t et a_n du mouvement de M :

L'accélération du point M de la poulie peut s'écrire :

$$\vec{a}_M = a_t.\vec{u} + a_n.\vec{n} \quad \text{avec} \quad a_t = r.\ddot{\theta} \quad \text{et} \quad a_n = r.\dot{\theta}^2$$

Mais : $\ddot{\theta} = 40 \text{ rad.s}^{-2}$ et $\dot{\theta}(t) = 40.t + 10$

A l'instant $t_1 = 3 \text{ s}$:

$$a_t = 5.10^{-2} \times 40 = 2 \text{ m.s}^{-2} \quad \text{et} \quad a_n = 5.10^{-2} \times (40 \times 3 + 10)^2 = 845 \text{ m.s}^{-2}$$

1.3- Montrons que $J_\Delta = 10^{-3} \text{ Kg.m}^2$:

Faisons une étude dynamique de ce système étudié

* Système 1 d'étude = {corps (S) : m}

- Repère d'étude : $R(O ; \vec{k})$

- Bilan des forces :

* Le poids du corps (S) : $\vec{P}$

* L'action du fil : $\vec{T}_1$

- On applique la 2^{ème} loi de Newton : $\vec{P} + \vec{T}_1 = m \cdot \vec{a}_G$

- On projette cette relation vectorielle sur l'axe Oz descendant :

$$mg - T_1 = m \cdot a \Rightarrow T_1 = m \cdot (g - a) \quad (1)$$

- Système 2 d'étude = {la poulie (P) : J_Δ } :

- Bilan des forces :

* Le poids de la poulie : $\vec{P}_P$

* La réaction de l'axe de rotation (Δ) : $\vec{R}$

* L'action du fil : $\vec{T}_2$

- On applique la relation fondamentale de la dynamique :

$$\underbrace{M(\vec{P}_P)}_{=0} + \underbrace{M(\vec{R})}_{=0} + M(\vec{T}_2) = J_\Delta \cdot \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow M(\vec{T}_2) = J_\Delta \cdot \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow T_2 \cdot r = J_\Delta \cdot \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{J_\Delta}{r} \cdot \ddot{\theta} \quad (2)$$

Le fil est de masse négligeable, alors : $T_2 = T_1$

Les deux relations (1) et (2) permettent d'écrire : $\frac{J_\Delta}{r} \cdot \ddot{\theta} = m \cdot (g - a) \quad (3)$

Le fil est inextensible et ne glisse pas sur la poulie : $a = r \cdot \ddot{\theta} \quad (4)$

On porte (4) dans (3), on aura : $\frac{J_\Delta}{r} \cdot \ddot{\theta} = m \cdot (g - r \cdot \ddot{\theta})$

Finalement on aboutit à l'expression du moment d'inertie de la poulie (P) : $J_\Delta = m \cdot \left(\frac{g \cdot r}{\ddot{\theta}} - r^2 \right)$

A.N : $J_\Delta = 0,1 \times \left(\frac{10 \times 5 \cdot 10^{-2}}{40} - (5 \cdot 10^{-2})^2 \right) = 10^{-3} \text{ Kg.m}^2$

2.1 - Calcul de la vitesse v_1 à l'instant $t_1 = 3s$:

Juste avant la rupture du fil, on peut écrire :

$$v_1 = v(t_1 = 3s) = r \cdot \dot{\theta}(t_1 = 3s) = 5 \cdot 10^{-2} \times (40 \times 3 + 10) = \underline{6,5 \text{ m.s}^{-1}}$$

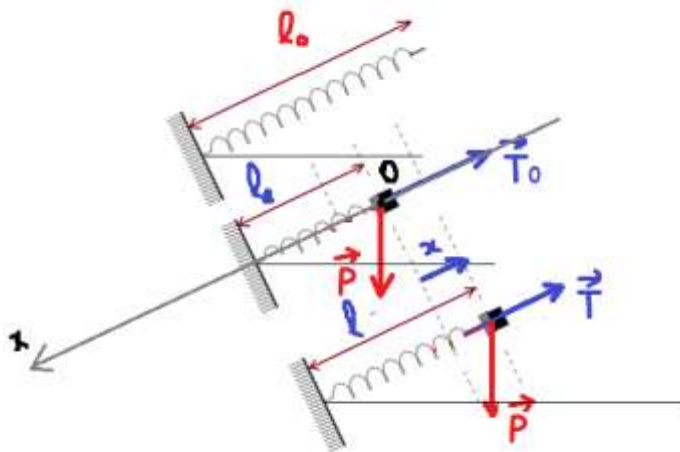
2.2- Equation différentielle vérifiée par la vitesse v :

- Système à étudier : {le corps (S) : m} ;

- Repère d'étude : $R(O ; \vec{k})$

- Bilan des forces :

* Le poids du corps (S) : $\vec{P}$ * La force de frottement fluide : $\vec{f} = -\mu \cdot v^2 \cdot \vec{k}$ - On applique la 2^{ème} loi de Newton : $\vec{P} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$ - On projette cette relation vectorielle sur l'axe Oz descendant : $mg - \mu \cdot v^2 = m \cdot \frac{dv}{dt}$ Ou bien : $\frac{dv}{dt} + \frac{\mu}{m} \cdot v^2 = g$ **2.3- * Valeur de la vitesse limite V_L :**Au régime permanent : $v(t \rightarrow \infty) = \text{Cte} = V_L$ et $\frac{dv}{dt}(t \rightarrow \infty) = 0$ Et d'après la courbe de la figure 3 : lorsque $\frac{dv}{dt} = 0$ alors : $V_L^2 = 100$ On en déduit que : $V_L = 10 \text{ m.s}^{-1}$ *** Valeur du coefficient μ :**L'équation différentielle peut s'écrire : $\frac{dv}{dt} = -\frac{\mu}{m} \cdot v^2 + g$ (1)La courbe de la figure 3 est celle de la fonction $\frac{dv}{dt} = f(v^2)$; c'est une fonction affined'équation : $\frac{dv}{dt} = a \cdot v^2 + b$ (2) avec a est le coefficient directeur de la droiteEn comparant les équations (1) et (2) ; on aura : $-\frac{\mu}{m} = a \Rightarrow \underline{\mu = -m \cdot a}$ **A.N :** $\mu = -0,1 \times \frac{2-0}{80-100} = 10^{-2} \text{ (S.I)}$

Partie2- Mouvement d'un pendule élastique**1 - Expression de l'allongement $\Delta\ell_0$:**

- Système à étudier : {solide (S) : m} ;

- Repère d'étude : $R(O, \vec{i}, \vec{j})$

- Bilan des forces :

* Le poids du solide : $\vec{P}$ * La force de rappel : $\vec{T}_0$ - Le système est en équilibre : $\vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$

- On projette cette relation vectorielle sur l'axe Ox ascendant :

$$m.g.\sin(\alpha) + K.(\ell_e - \ell_0) = 0 \quad \text{avec} \quad \Delta\ell_0 = \ell_e - \ell_0$$

On aura alors :
$$\Delta\ell_0 = -\frac{m.g.\sin(\alpha)}{K}$$

2.1 - Equation différentielle vérifiée par $x(t)$ de G :

- Système à étudier : {solide (S) (m)} ;

- Repère d'étude : $R(O, \vec{i}, \vec{j})$

- Bilan des forces :

* Le poids du solide (S) : $\vec{P}$ * La force de rappel : $\vec{T} = K.(\ell - \ell_0).\vec{i}$ avec $\ell = \ell_e - x$ ($x < 0$: voir la figure ci-dessus)- Le système est en mouvement, on applique la 2^{ème} loi de Newton : $\vec{P} + \vec{T} = m.\vec{a}$

- On projette cette relation vectorielle sur l'axe Ox ascendant :

$$mg \sin(\alpha) + K(\ell_e - x - \ell_0) = m \ddot{x}$$

$$\Rightarrow mg \sin(\alpha) + K(\ell_e - \ell_0) - K \cdot x = m \ddot{x}$$

Mais à l'équilibre on sait que : $m \cdot g \cdot \sin(\alpha) + K(\ell_e - \ell_0) = 0$

Alors on aura : $-K \cdot x = m \ddot{x}$

Finalement on obtient l'équation différentielle suivante : $\ddot{x} + \frac{K}{m} \cdot x = 0$

2.2- Les valeurs des constantes X_m , φ et K :

- D'après la courbe de la figure 5, la période propre est : $T_0 = 0,4 \text{ s}$

Et la valeur de la vitesse maximale est : $\dot{x}_{\max} = 2 \times 0,158 = 0,316 \text{ m.s}^{-1}$

* La constante X_m :

- La solution de l'équation différentielle obtenue est de la forme : $x(t) = X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$

La vitesse de (S) sera : $\dot{x}(t) = -\frac{2\pi}{T_0} X_m \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$

La vitesse maximale a pour expression : $\dot{x}_{\max} = \frac{2\pi}{T_0} X_m$

Alors de ces relations, on déduit que : $X_m = \frac{T_0}{2\pi} \cdot \dot{x}_{\max}$

A.N : $X_m = \frac{0,4}{2 \times \pi} \times 0,316 = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$

* La constante φ :

A l'instant $t = 0$, la vitesse initiale est : $\dot{x}(t=0) = -\dot{x}_{\max} \cdot \sin(\varphi)$

$$\Rightarrow \sin(\varphi) = -\frac{\dot{x}(t=0)}{\dot{x}_{\max}} = -\frac{0,158}{2 \times 0,158} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

* La constante K :

La période propre a pour expression : $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$

On en déduit l'expression de la constante de raideur : $K = \frac{4\pi^2 \cdot m}{T_0^2}$

A.N : $K = \frac{4 \times 10 \times 0,1}{0,4^2} = 25 \text{ N.m}^{-1}$

2.3- Expression vectorielle de la résultante des forces appliquées sur (S) :

D'après la deuxième loi de Newton : $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$

$$\Rightarrow \Sigma \vec{F} = m \cdot \ddot{x} \cdot \vec{i} \quad \text{avec} \quad \ddot{x} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$$

$$\Rightarrow \Sigma \vec{F} = -m \cdot \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) \cdot \vec{i}$$

$$\Rightarrow \Sigma \vec{F} = -0,1 \times \frac{4 \times 10}{0,4^2} \times 2 \cdot 10^{-2} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{0,4} \cdot t - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \vec{i}$$

$$\Rightarrow \Sigma \vec{F} = -0,5 \cdot \cos\left(5\pi \cdot t - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \vec{i}$$

2.4.1- Expression de l'énergie mécanique E_m :

Par définition on a : $E_m = E_c + E_p$

* Energie cinétique : $E_c = \frac{1}{2} m \cdot \dot{x}^2$

* Energie potentielle : $E_p = E_{pp} + E_{pe}$

- L'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} :

On sait que : $E_{pp} = mgz + Cte$

Or le plan horizontal passant par la position d'équilibre est le plan de référence de cette énergie : Quand $z=0 \Rightarrow E_{pp}=0$

On en déduit que la constante Cte est nulle : $Cte=0$

L'énergie potentielle de pesanteur va s'écrire : $E_{pp} = mgz$

Durant le mouvement du pendule l'ordonnée z de G sera : $z = -\sin(\alpha) \cdot x$

Finalement on aura l'expression : $E_{pp} = -m \cdot g \cdot \sin(\alpha) \cdot x$

- L'énergie potentielle élastique E_{pe} :

On sait que : $E_{pe} = \frac{1}{2} K \cdot \Delta \ell^2 + Cte$

Or l'état du système à l'équilibre est l'état de référence de cette énergie :

$$\text{Quand } \Delta\ell = 0 \Rightarrow E_{pe} = 0$$

On en déduit que la constante Cte est nulle : $Cte = 0$

L'énergie potentielle élastique va s'écrire : $E_{pe} = \frac{1}{2} K \cdot \Delta\ell^2$ avec $\Delta\ell = \ell_e - x - \ell_0$

Finalement on aura l'expression : $E_{pe} = \frac{1}{2} K \cdot (\ell_e - x - \ell_0)^2$

Et l'expression de l'énergie potentielle sera :

$$E_p = -m \cdot g \cdot \sin(\alpha) \cdot x + \frac{1}{2} K \cdot (\ell_e - x - \ell_0)^2$$

$$\Rightarrow E_p = -m \cdot g \cdot \sin(\alpha) \cdot x - K \cdot (\ell_e - \ell_0) \cdot x + \frac{1}{2} K \cdot x^2 + \frac{1}{2} K \cdot (\ell_e - \ell_0)^2$$

$$\Rightarrow E_p = -[m \cdot g \cdot \sin(\alpha) + K \cdot (\ell_e - \ell_0)] \cdot x + \frac{1}{2} K \cdot x^2 + \frac{1}{2} K \cdot (\Delta\ell_0)^2$$

Or : $m \cdot g \cdot \sin(\alpha) + K \cdot (\ell_e - \ell_0) = 0$ avec $\Delta\ell_0 = \ell_e - \ell_0$

$$\Rightarrow E_p = \frac{1}{2} K \cdot (x^2 + (\Delta\ell_0)^2)$$

Donc l'expression de l'énergie mécanique est : $E_m = \frac{1}{2} m \cdot \dot{x}^2 + \frac{1}{2} K \cdot (x^2 + (\Delta\ell_0)^2)$

2.4.2- Valeur de l'énergie mécanique E_m :

L'énergie mécanique de ce système se conserve : $E_m = Cte = E_m(t=0)$

Alors : $E_m = \frac{1}{2} m \cdot \dot{x}(0)^2 + \frac{1}{2} K \cdot (x(0)^2 + (\Delta\ell_0)^2)$ avec $x(0) = X_m \cdot \cos(\varphi)$

$$\Rightarrow E_m = \frac{1}{2} m \cdot \dot{x}(0)^2 + \frac{1}{2} K \cdot (X_m^2 \cdot \cos^2(\varphi) + (\Delta\ell_0)^2)$$

$$\text{A.N : } E_m = \frac{1}{2} \times 0,1 \times 0,158^2 + \frac{1}{2} \times 25 \times \left((2 \cdot 10^{-2})^2 \cdot \cos^2\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \left(-\frac{0,1 \times 10 \times \sin(30^\circ)}{25}\right)^2 \right) \approx 0,01 J = 10 mJ$$